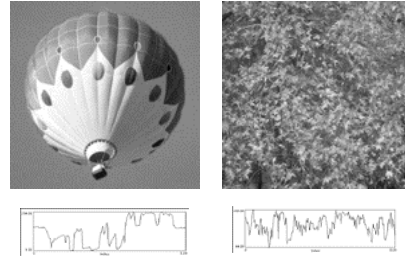


La trasformata di Fourier

Frequenza spaziale



Trasformata monodimensionale

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

$$e^{-j\alpha} = \sin \alpha - j \cos \alpha$$

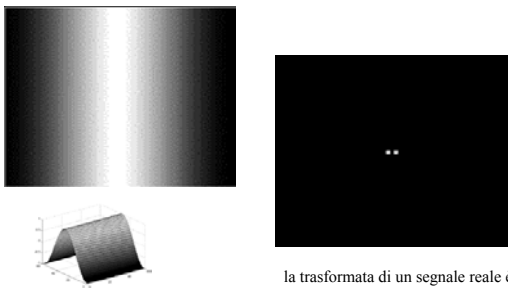
Trasformata bidimensionale

$$F(u, v) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I(m, n) e^{-i\frac{2\pi um}{M}} e^{-i\frac{2\pi vn}{N}}$$

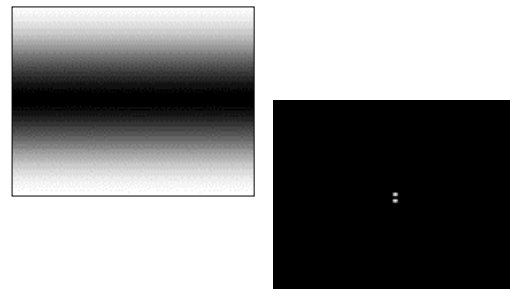
$$I(m, n) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{i\frac{2\pi um}{M}} e^{i\frac{2\pi vn}{N}}$$

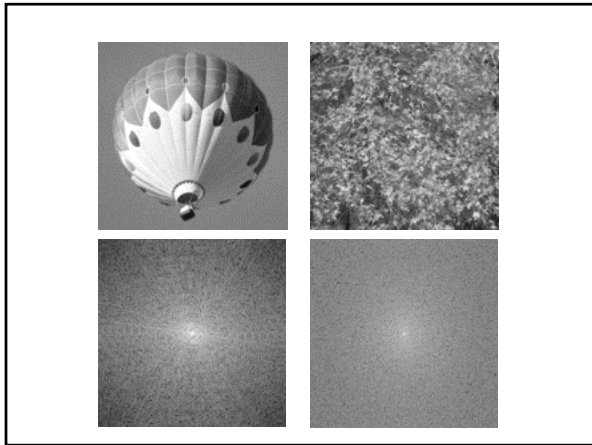
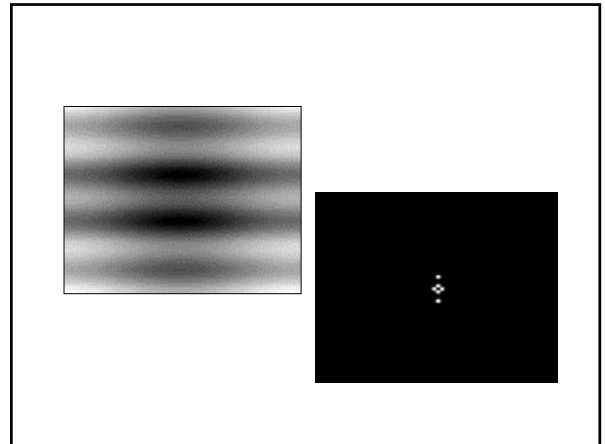
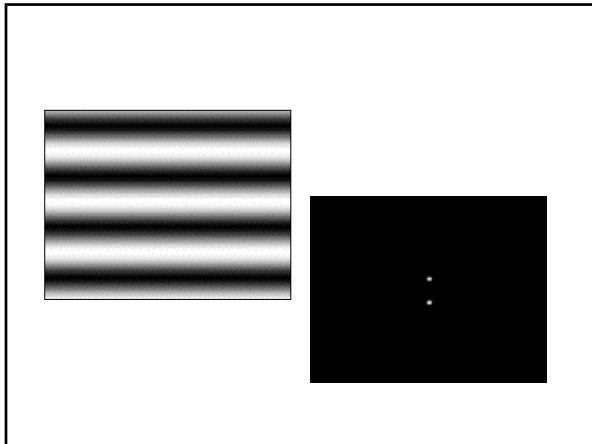
$$e^{-i\alpha} = \sin \alpha - i \cos \alpha$$

Esempio








la trasformata di un segnale reale è simmetrica rispetto all'origine, e in figura l'origine è esattamente al centro

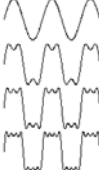
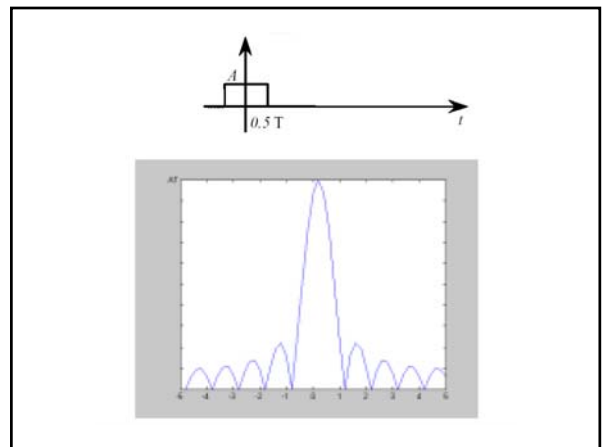




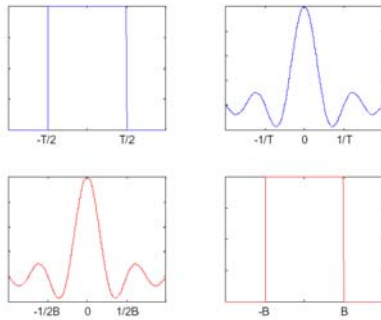
Ricostruzione di un segnale non periodico

Ricostruzione del segnale

- 
 • a square wave can be made by adding...
- 
 • the fundamental...
- 
 • minus 1/3 of the third harmonic
- 
 • plus 1/5 of the fifth harmonic...
- 
 • minus 1/7th of the 7th harmonic...

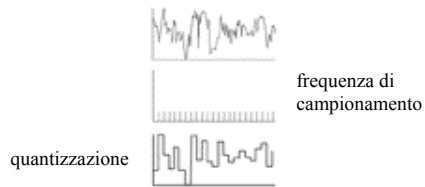
Dualità



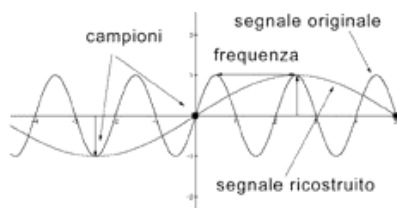
Convoluzione

$$x_1(t) \otimes x_2(t) = \int x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau \Leftrightarrow X_1(f)X_2(f)$$

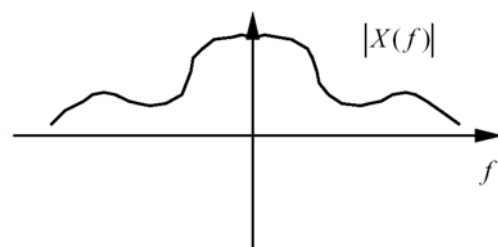
Campionamento (monodimensionale)



- Un segnale che non ha componenti in frequenza superiori a una frequenza massima f_m , si dice *limitato in banda*.
- Il teorema del campionamento stabilisce che un segnale limitato in banda può venire ricostruito senza errori da una serie di campioni rilevati a una frequenza almeno doppia della frequenza massima $f_c \geq 2f_s$, chiamata frequenza di Nyquist.
- Se il segnale è campionato a una frequenza inferiore si dice che è *sottocampionato*.



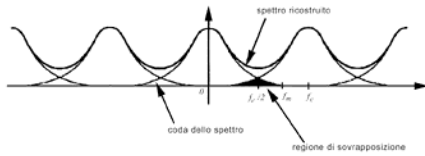
Spettro di un segnale



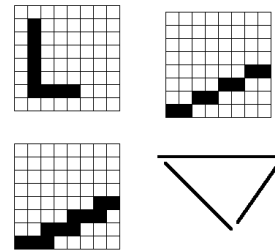
- Nella pratica abbiamo a che fare con segnali che non sono limitati in banda, ma sono limitati nel tempo. Essi infatti vengono acquisiti solo in un intervallo di tempo (o di spazio) finito.
- Lo spettro di un segnale limitato nel tempo per poter essere correttamente ricostruito richiede di venire limitato in banda. Infatti, nei segnali limitati in tempo lo spettro si ripete periodicamente a una frequenza pari alla frequenza di campionamento,

- Queste diverse repliche dello spettro si sovrappongono nelle code se la frequenza di campionamento è inferiore alla frequenza di Nyquist, e lo spettro in questo modo non si annulla mai.
- In tal modo le alte frequenze del segnale si sommano alle basse frequenze della replica producendo il fenomeno dell'*aliasing*, chiamato anche *equivocazione spettrale*.
- La soluzione a questo problema consiste nel limitare in banda il segnale prima di procedere al campionamento, in modo da separare tra loro le repliche dello spettro.

Aliasing



Rastering



Antialiasing

